

瞬時速度與瞬時加速度之測定

一、【目的】

1. 學習運動物體瞬時速度與加速度的測量方法。
2. 學習實驗數據的處理方法。

二、【原理】

就一度空間的運動物體而言，我們以速度來描述物體運動的快慢與方向。由於一度空間只有兩個方向，通常分別以正負表示方向。對於速度大小的描述，有平均速度與瞬時速度之別，一般我們所描述的大多為平均速度。例如：汽車由甲地到乙地的位移為 50 km，費時 1 hr，則吾人稱此車在這段時間內之平均速度為 50 km/hr。但從甲地至乙地途中可能遇有障礙，如紅綠燈等，故車子在途中每一瞬間的速度不盡相同，所以我們必須以瞬時速度來表示車子在途中某一瞬間的速度。瞬時速度的定義為：

$$v_p = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Δx 為車子在 Δt 時間內之位移。

若一物體作等速度運動，則其瞬時速度等於平均速度。若每一時刻之瞬時速度不同，則其間必有加速度的存在。同樣地，我們亦用平均加速度 a_{ave} 與瞬時加速度 a_p 來描述速度的變化，其定義為

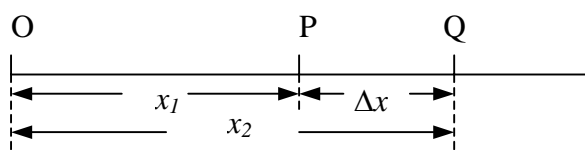
$$a_{ave} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

v_1 與 v_2 為物體分別在 t_1 與 t_2 時刻之瞬時速度。

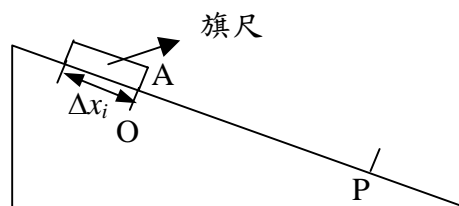
$$a_p = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

當物體作等加速度運動時，其瞬時加速度等於平均加速度。

三、【實驗方法】



圖一

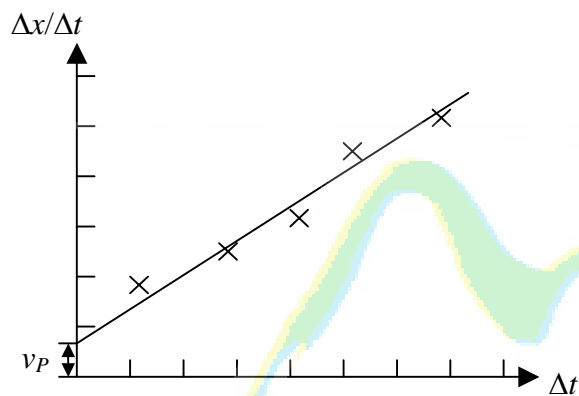


圖二

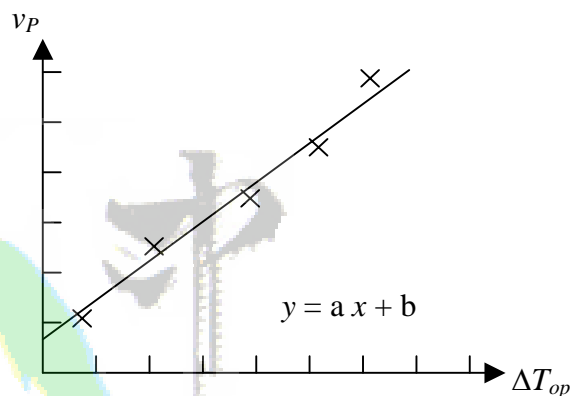
要測量一物體在某一時刻的瞬時速度，可由瞬時速度的定義著手。如圖一所示，當一物體由 O 點出發經 P 點然後到達 Q 點，測量 P、Q 兩點的距離 Δx 及通過的時距 Δt ，可得平均速度 $\Delta x / \Delta t$ 。當 P、Q 兩點之距離縮短，即 Q 點愈接近 P 點，則物體在 P、Q 兩點間之平均速度愈接近在 P 點之瞬時速度。由於瞬時速度的定義為 $v_p = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ，在時距極小的極限下， Δx 與 Δt 之值均極小，其量度極為困難。但對於一個作等加速度運動的物體，我們可採用下面之方

法來求其瞬時速度：如圖二所示，記錄不同長度 Δx_i 的物體，從定點O下滑通過定點P所需的時間 Δt_i ，然後以 $\Delta x_i / \Delta t_i$ 對 Δt_i 作圖，必得一直線，利用外插法將此直線延長至 $\Delta t = 0$ 處，縱軸之截距即為P點之瞬時速度 v_P ，如圖三(a)所示。

作等加速度運動的物體其瞬時加速度等於平均加速度。又從運動學得知，其瞬時速度對時間的函數圖形必為直線，此直線的斜率即為該物體之加速度，故可由物體在若干點的瞬時速度 v_P 與物體從原點運動至各該定點所需的時間 ΔT_{op} ，在 $v_P - \Delta T_{op}$ 座標上作圖，得到一直線。此直線之斜率即為物體加速度的大小 a 。如圖三(b)所示。



圖三(a)



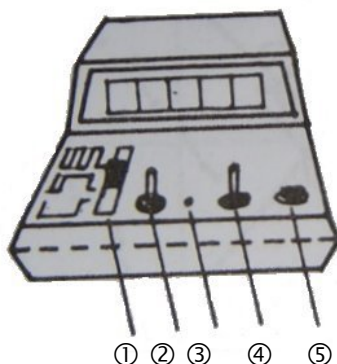
圖三(b)

四、【儀器設計】

- 由【實驗方法】中得知欲測量一物體之瞬時速度必須先測量一連串的 $\Delta x / \Delta t$ 值，我們可以用不同長度 Δx 的旗尺來當作移動的物體，如圖二所示，將旗尺的右端從O點釋放，其右端到達P點時開始計時，待左端完全通過P點時計時完畢，這段時間即為 Δt ，而旗尺之長度即為物體自P點往前移動的位移 Δx 。因 Δt 非常小，所以每一時刻之讀數，至少須精確到 1/100 秒，才不致於產生極大的誤差。此非手控計時器所能勝任，於是我們採取光束控制計時器來計時，其功用如下：設立一組光束控制器於P點，當物體開始通過P點，即光束被遮住，則開始計時，直到物體完全通過的瞬間，即光束重現時，則停止計時。計時器上顯示的時間即為 Δt 。在本實驗中，由於光束接收器可以接收的範圍極小，使得精確度可達 1/1000 秒。又因為我們也需要得知物體從起始點O，等加速度運動到P點所經歷的時間 ΔT_{op} ，所以計時器必須增設以下的功用：我們在O點及P點各放一組光束控制器，當物體一開始通過原點O時，光束被遮住就開始計時，一直到物體開始通過定點P時，遮住該處的光束，計時才結束。此時計時器上顯示的時間即為 ΔT_{op} 。

本實驗所採用的計時器為美國 pasco 公司的產品，如圖四所示，可交直流兩用，其計時之精確度可選擇 0.1 ms 或 1 ms。其主要功用為：

- 作為手控計時器使用：當我們選擇 GATE 模式時，計時器之啟動與停止，完全由手動控制 (START/STOP) 鍵決定。若欲清除顯示幕則按 RESET 鍵即可。



- ①模式選擇鍵
- ②記憶鍵
- ③記憶指示燈
- ④START/STOP 開關
- ⑤RESET 清除鍵

圖四

(2)與光束控制器 (Photogate) 合併使用：光束控制器之一端為紅外線發射器，另一端為偵測器，只有在光束被干擾遮斷時，計時器才會動作。其運作方式有下列三種模式：

①GATE模式：當光束控制器被干擾時，計時器就開始計時，直到干擾去除才停止計時。

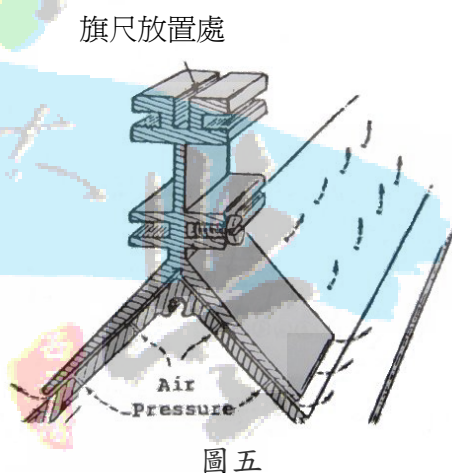
此模式可用以測量 Δt_p 。

②PULSE模式：計時器所顯示的是單一光束控制器連續受兩次干擾的時間間隔，或者是兩個光束控制器受干擾的時間間隔。無論是哪一種狀況，均是自其中一個光束控制器受干擾時，計時器便開始計時，直到另一個干擾遮斷該光束控制器（或另一光束控制器）時才停止計時。此模式可用以測量 ΔT_{op} 。

③PENDULUM 模式：用以測量像單擺等作周期運動之物體作整數個週期運動所需的時間。

另外本計時器在GATE與PULSE模式下具有記憶 (MEMORY) 的功能。當記憶鍵在READ部份時，則右邊的LED紅色指示燈會亮起來。此時在連續兩次測量中顯示幕上只指示第一次測量的結果 (Δt_1)，而第二次測量的結果並不能直接由計時器幕上讀出。欲得第二次的結果必須先將記憶鍵OFF。此時顯示幕所指示的為第一次加上第二次的測量結果 ($\Delta t_1 + \Delta t_2$)，只要將此結果減去 Δt_1 即可得到 Δt_2 。

2. 當我們研究某物體受到一特定力作用下運動狀況的改變情形時，往往由於受到摩擦力與空氣阻力的影響，使實驗觀察者獲得錯誤的數據。例如：亞里斯多德認為「兩物體同時作自由落體運動，較重者先落地」，這項錯誤的結論，即是空氣阻力在作祟。之後由於科學的進展，使得此難題逐步獲得改善。例如，人們使用乾冰盤作為移動的物體，這是因為乾冰氣化時會在界面產生一層空氣薄膜，因而能減少摩擦力的影響。但是其氣化的速率不易控制，故其效果未臻理想。現在，我們則是利用壓縮空氣從中空之軌道表面上分佈均勻的小孔中穩定地送出，使運動物體與界面間形成一層穩定的空氣薄膜，將摩擦力減至最小。如圖五所示，即為本實驗中利用該原理所製作的氣墊軌道。運動物體為滑車與架在滑車上的旗尺。



圖五

在氣墊軌道底部之一端設有一水平調整螺絲，用以調整軌道的傾斜度。螺絲每轉 20 圈，高度升高一吋，氣墊軌道的長度為 50 吋，因此可於調整水平後，再由螺絲的轉動圈數來計算軌道傾斜角。通常螺絲每轉一圈，傾斜角即增加 0.001 rad。

五、【注意事項】

1. 在未開送氣機時，不可將滑車放置於氣墊軌道上，以免刮傷軌道的表面。作完實驗要先將滑車取下，才可關掉送氣機。
2. 滑車要小心輕放，切勿使力以免碰壞氣墊軌道，謹防其掉落地上。

六、【實驗步驟】

1. 參考【儀器設計】，學習紅外線光電計時器的使用方法。
2. 打開空氣送氣機，然後調整氣墊軌道之水平，將滑車置於軌道上並觀察其動向。(你如何確定軌道已調至水平?)
3. 氣墊軌道已校準好後，將軌道底部一端之水平調整螺絲轉動 5 圈，使軌道傾斜。此後，在實驗過程中不可觸動軌道本身或用力碰撞實驗桌，以免氣墊軌道的位置改變。因為軌道之位置只要有些微變化，可能會產生很大的誤差。
4. 選擇一個靠近軌道頂端的位置作為參考點 O，再於距離 O 點 35 cm 之處另取一點 P。分別將 A、B 兩組紅外線光束控制器置於 O、P 兩點之兩側。調整每組光束控制器的方向，使其光束與氣墊軌道成正交。
5. 將 30 cm 長的旗尺對稱地置於滑車的上端，將旗尺的一端對準參考點 O。(注意：旗尺一定要放置對稱，以免滑車向一邊傾斜而與軌道摩擦)
6. 記錄旗尺此端通過 O、P 兩點的時間 ΔT_{op} 及整支旗尺通過 P 點的時間 Δt_p ，重覆操作五次，求 ΔT_{op} 及 Δt_p 之平均值與標準差。
7. 分別以長度為 20 cm、15 cm、10 cm 及 5 cm 的旗尺，重覆步驟 5 及 6。計算各旗尺之長度 Δx 除以該尺通過 P 點的時間平均值 Δt_p 可得其對應之 $\Delta x/\Delta t_p$ 值。再將 $\Delta x/\Delta t_p$ 對 Δt_p 作圖。利用數據統計方法求出此直線的方程式。此直線在 $\Delta x/\Delta t_p$ 軸上之截距，即為旗尺在 P 點之瞬時速度 v_p 。
8. 固定 O 點，改變 P 點之位置，重覆步驟 5、6、7，分別找出旗尺在軌道上五個不同位置的瞬時速度 v_p 。
9. 以瞬時速度 v_p 為縱軸、旗尺通過 O、P 兩點之時間 ΔT_{op} 為橫軸作圖，利用數據統計方法求出此直線的方程式，其斜率即為滑車的加速度。
10. 利用滑車在斜面上的加速度與傾斜角的關係，求出實驗室當地的重力加速度 g 值。

七、【數據】

將實驗數據填於下表：

OP (O 點與 P 點之距離) = 35、40、50、60、65 cm

Δx (旗尺之長度) = 30、20、15、10、5 cm

Δx (cm)	次數	ΔT_{op} (sec)	Δt_p (sec)	Δt_p (sec) 平均值	標準差	$\frac{\Delta x}{\Delta t_p} (\frac{cm}{sec})$
30	1					
	2					
	3					
	4					
	5					
20	1					
	2					
	3					
	4					
	5					
15	1					
	2					
	3					
	4					
	5					
10	1					

	2					
	3					
	4					
	5					
5	1					
	2					
	3					
	4					
	5					

1.在方格紙上繪出 $\frac{\Delta x}{\Delta t_p}$ 與 Δt_p 之關係圖。

2.試利用統計方法獲得上述關係圖之直線方程式，並分別列出。

3.以上各直線在 $\frac{\Delta x}{\Delta t_p}$ 軸上之截距，即為滑車經過各個OP距離時，在P點之瞬時速度 v_p 。將各相對應之OP距離、 v_p 及 ΔT_{op} （平均值）填於下表。

OP 之距離(cm)	35	40	50	60	65
瞬時速度 v_p					
ΔT_{op} (平均值)					

4.在方格紙上畫出 v_p 對 ΔT_{op} 之關係圖。

5.利用數據統計方法獲得上述關係圖之直線方程式，此直線之斜率即為加速度 a ，試由 a 值及軌道傾斜角求出重力加速度 g 值。

NATIONAL SUN YAT-SEN UNIVERSITY